

# Analog Transmissie

Frederick Dom

23 mei 2008

# Inhoudsopgave

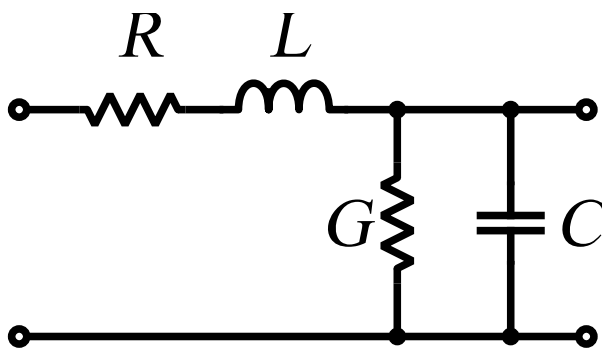
|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Inleiding</b>  | <b>2</b>  |
| 1.1      | Transmissielijnen in sinusoidaal regime . . . . .                                   | 2         |
| 1.2      | Oneindig klein stukje kabel . . . . .   | 2         |
| 1.3      | Transmissielijnen in impulsregime . . . . .   | 2         |
| 1.4      | Koppelen van Transmissielijnen . . . . .  | 3         |
| 1.5      | Koppeling van halgeleiders op TL . . . . .  | 3         |
| 1.6      | Gebruik van de smith-chart (sinusgedrag) . . . . .                                  | 3         |
| 1.7      | Waveguides (golfsgeleiders) . . . . .   | 4         |
| 1.8      | Antennes . . . . .  | 5         |
| 1.9      | AM-modulatie . . . . .  | 6         |
| 1.10     | BAM . . . . .   | 6         |
| <b>2</b> | <b>Enkelvoudige Transmissielijn</b>   | <b>9</b>  |
| 2.1      | VSWR . . . . .  | 10        |
| <b>3</b> | <b>Samengestelde Systemen</b>   | <b>12</b> |
| 3.1      | Cascade van 2 TL . . . . .  | 12        |
| 3.2      | Parallelschakeling van 2 TL . . . . .   | 13        |
| 3.3      | Serieschakeling van een TL . . . . .  | 15        |
| 3.4      | Meetmethodes . . . . .  | 17        |
| 3.5      | Waarde van $\epsilon_r$ . . . . .   | 17        |
| 3.6      | Impulsgedrag van kabels . . . . .   | 18        |
| 3.7      | Impuls bij transmissielijnen belast op reactieve belastingen . . . . .              | 20        |
| 3.8      | Impulsgedrag lang TL . . . . .  | 22        |
| 3.9      | Alternatief voor differentiaalvergelijkingen : Laplace . . . . .                    | 24        |
| 3.10     | Cascade van 2TL met daartussen een discontinuïteit als shuncapaciteit . . . . .     | 27        |
| 3.11     | Andere vorm van discontinuïteit, serieinductantie . . . . .                         | 29        |
| 3.12     | Overgang op admitanties in het diagram $\frac{\lambda}{4}$ -transformator . . . . . | 34        |
| 3.13     | Methode van een stub . . . . .  | 35        |
| 3.14     | $\frac{\lambda}{4}$ lijn . . . . .  | 37        |
| 3.15     | Transmissielijnbalun . . . . .  | 38        |

# 1 Inleiding

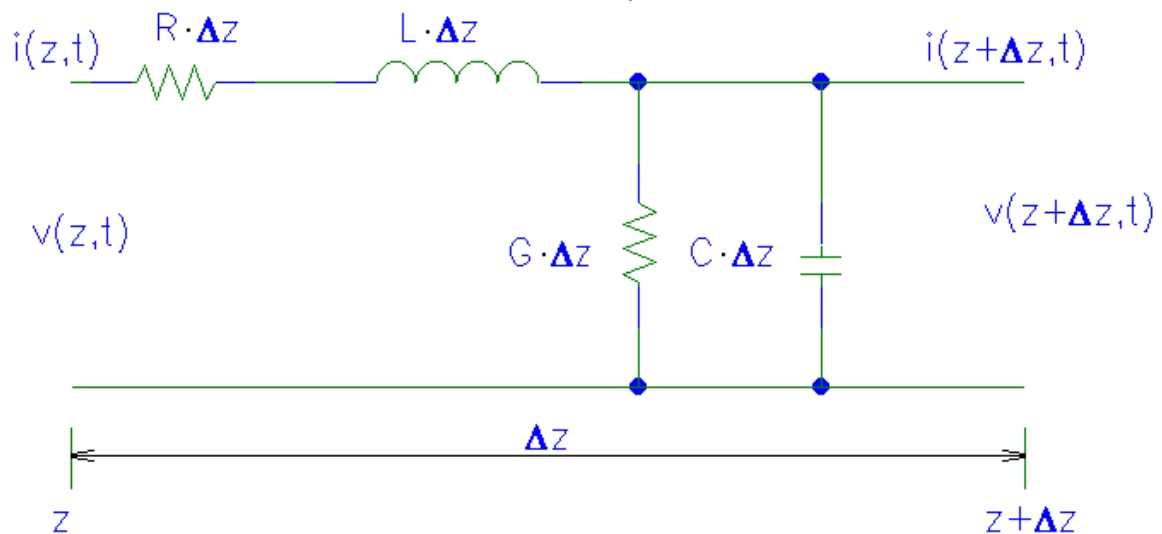
## 1.1 Transmissielijnen in sinusoidaal regime

- $Z_C = 75\Omega$  (radio/TV)
- $Z_C = 50\Omega$  (meettechnieken)
- $Z_C = 300\Omega$  (broadcast)

## 1.2 Oneindig klein stukje kabel



Dit is een klein stukje  $dx$  van een transmissielijn.



$\Delta z$  in de figuur gaan we voortaan  $\Delta x$  noemen.

als  $Z_C \neq Z_L \rightarrow$  niet al het uitgestuurde vermogen wordt opgenomen.

$\rightarrow$  **Reflecties**

## 1.3 Transmissielijnen in impulsregime

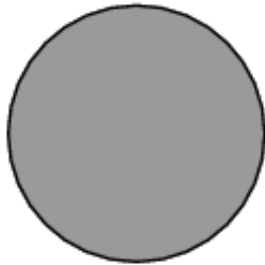
Stel  $Z_C$  is **Inductief** Dan gaat bij een snel wisselend signaal de spoel een *open kring* maken.





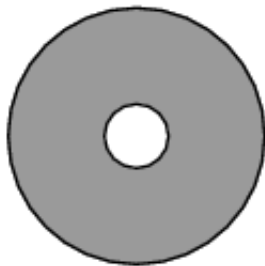
## 1.7 Waveguides (golfsgeleiders)

Er is een verzwakking voor 1GHz - 100 m kabel; door het skin effect.



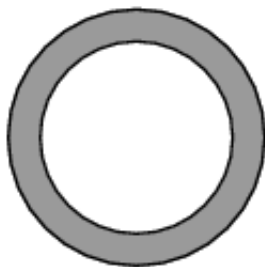
Cross-sectional area of a round conductor available for conducting DC current

"DC resistance"



Cross-sectional area of the same conductor available for conducting low-frequency AC

"AC resistance"



Cross-sectional area of the same conductor available for conducting high-frequency AC

"AC resistance"

→ En verlies door straling.

**Oplossing :** Waveguides

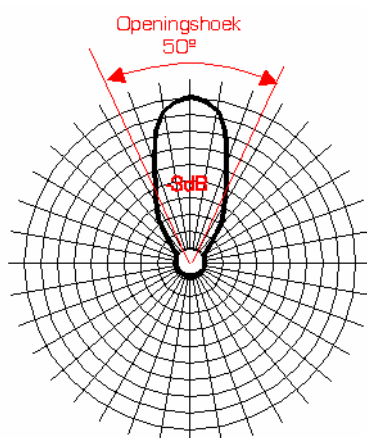
Waveguides zijn holle buizen met een rechthoekige doorsnede.



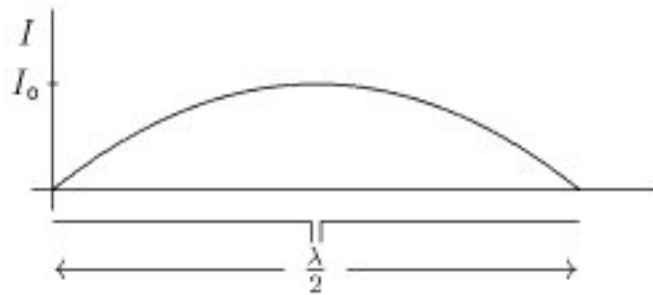
**Kooi van faraday** Dit houdt alle magnetische straling tegen.

## 1.8 Antennes

- Antenne's met een grote gain
- Radio link budget opstellen adhv de "*basistransmissieformule van Friis*"



**Antenne met gain**



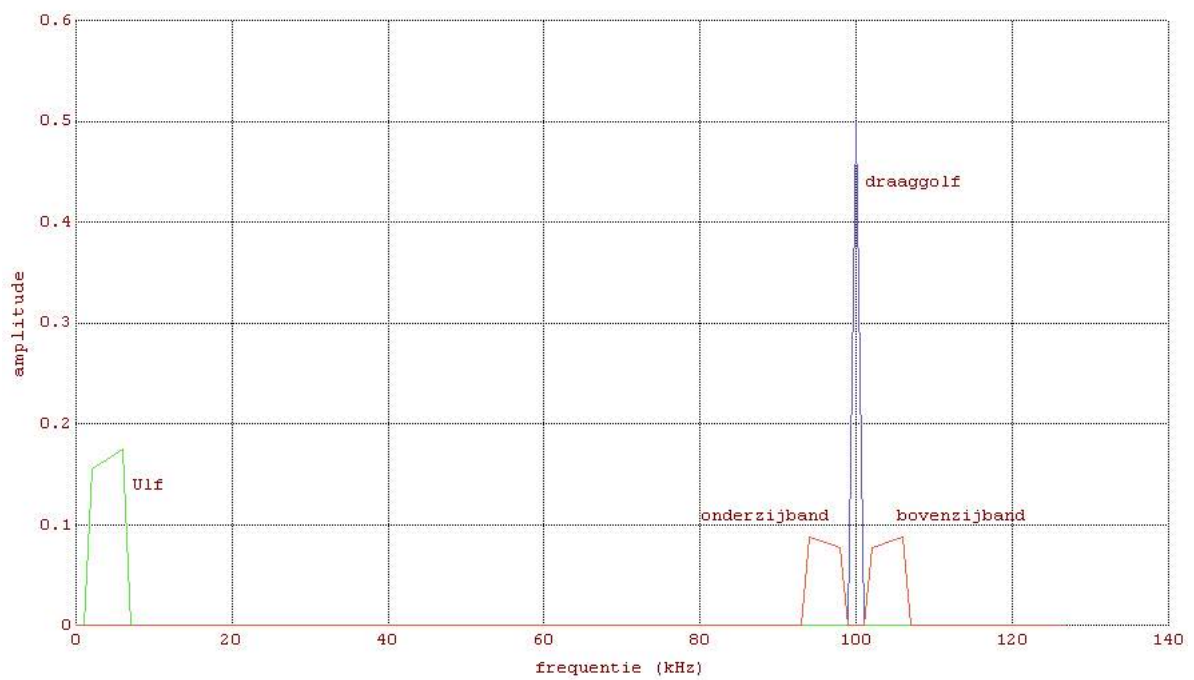
(Beschermd) antennes  
 Hertzdipool, afgestemde dipool.  
 End-fire array  
 Broad side array

## 1.9 AM-modulatie

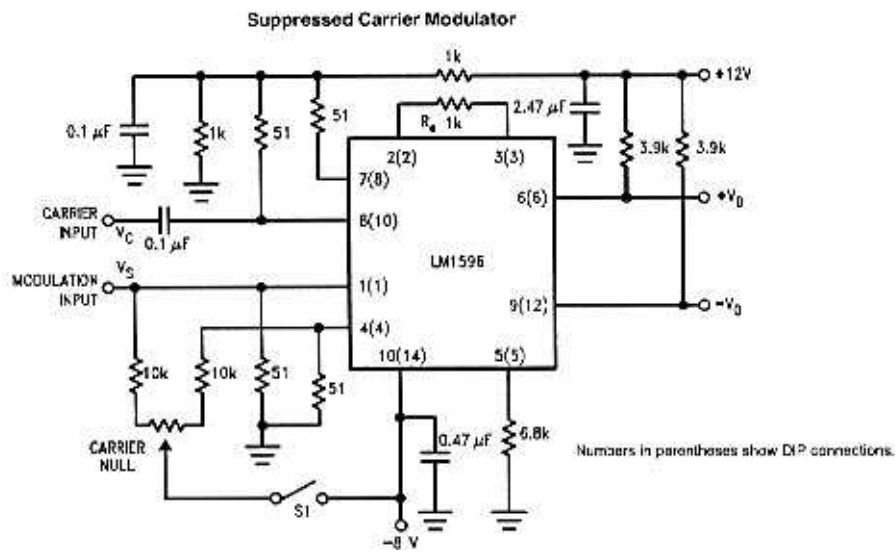
Opdracht Labo met microstrip.  
 Zie PDF Labo.

## 1.10 BAM

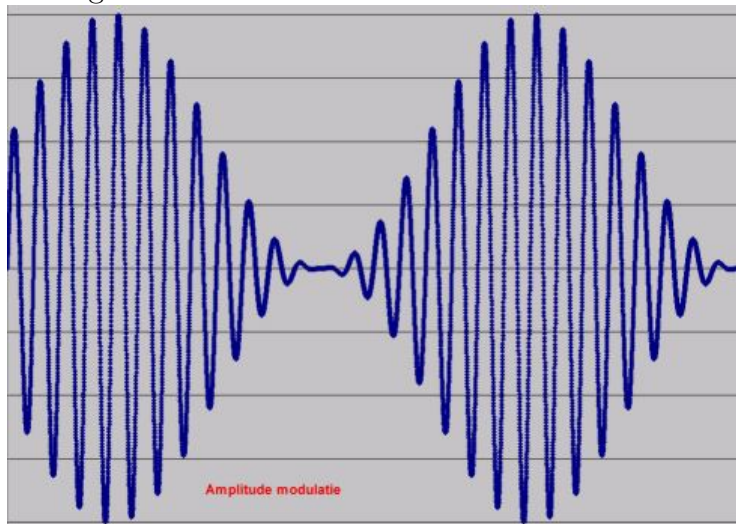
Het spectrum.



De modulatie

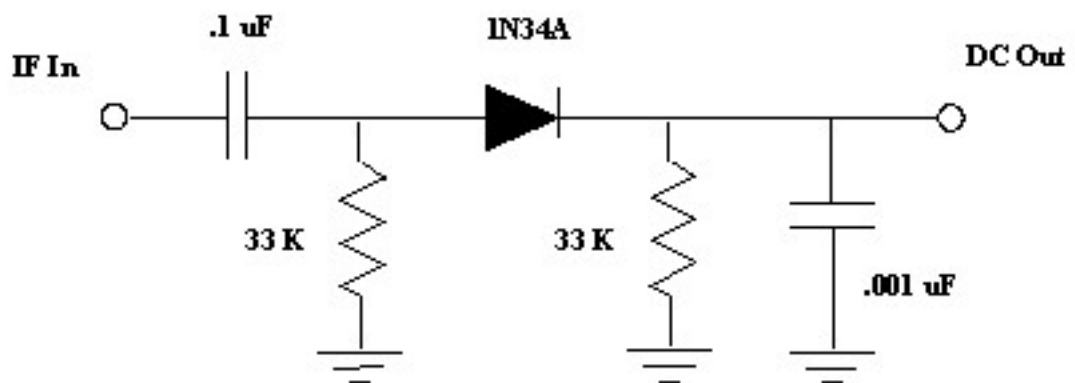


Het signaal zelf



Een AM-detector/Demodulator

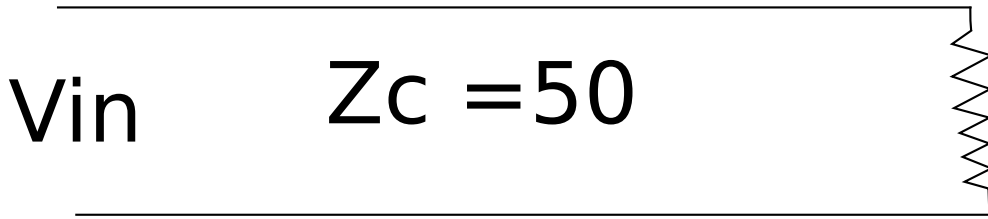
**AM Detector for Radio Astronomy by Sickels**





## 2 Enkelvoudige Transmissielijn

! De theoretische uitwerking vindt je in het vak *Analoge Synthese*.



$$Z'_L = \frac{100}{50} = 2 \quad (1)$$

$$K = \frac{Z'_L - 1}{Z'_L + 1} = \frac{1}{3} = \text{reflectiecoëfficiënt voor de spanning} \quad (2)$$

$$K(x) = K e^{-2jk(L-x)} \quad (3)$$

↓ K invullen

$$K(x) = \frac{1}{3} e^{-2jk(L-x)} \quad (4)$$

$$|1 + K(x)| = |1 + \frac{1}{3} e^{-2jk(L-x)}| \quad (5)$$

$$\phi = 2k(L-x) \quad (6)$$

$$\left| \underbrace{\left(1 + \frac{1}{3} \cos(\phi)\right)}_{\text{Reëel}} - j \underbrace{\left(\frac{1}{3} \sin(\phi)\right)}_{\text{Imaginair}} \right| \quad (7)$$

$$\text{modulus} = \sqrt{1 + \underbrace{\frac{1}{9} \cos^2(\phi) + \frac{1}{9} \sin^2(\phi)}_{=\frac{1}{9}} + \frac{2}{3} \cos(\phi)} \quad (8)$$

$$= \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{2}{3} \cos(\phi)} \quad (9)$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{10}{9} + \frac{6}{9} \cos(\phi)} \quad (10)$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{10}{9} + \frac{6}{9} \cos(2K(L-X))} \quad (11)$$

$$\text{Maximum : } \cos(2K(L - X_{max})) = +1 \quad (12)$$

$$2K(L - X_{max}) = 2n\pi \quad (13)$$

$$X_{max} = L - \frac{n \cdot \lambda}{2} \text{ Waarde maximum : } = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} \quad (14)$$

$$\text{Minimum : } \cos(2K(L - X_{min})) = -1 \quad (15)$$

$$2K(L - X_{min}) = (2n + 1)\pi \quad (16)$$

$$X_{min} = L - \frac{(2n + 1) \cdot \lambda}{4} \text{ Waarde minimum : } = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \quad (17)$$

$$Z_{in} = Z_C \cdot \frac{Z'_L + j \text{tg}(kL)}{1 + j Z'_L \text{tg}(kL)} \quad (18)$$

$$V_B = \frac{e \cdot Z_{in}}{Z_{in} + R_B} \quad (19)$$

Let op ! : Niet gewoon de modulus van  $Z_{in}$  invullen, want  $Z_{in}$  kan **complex** zijn.

$$\text{als } Z_{in} = a + jb \quad (20)$$

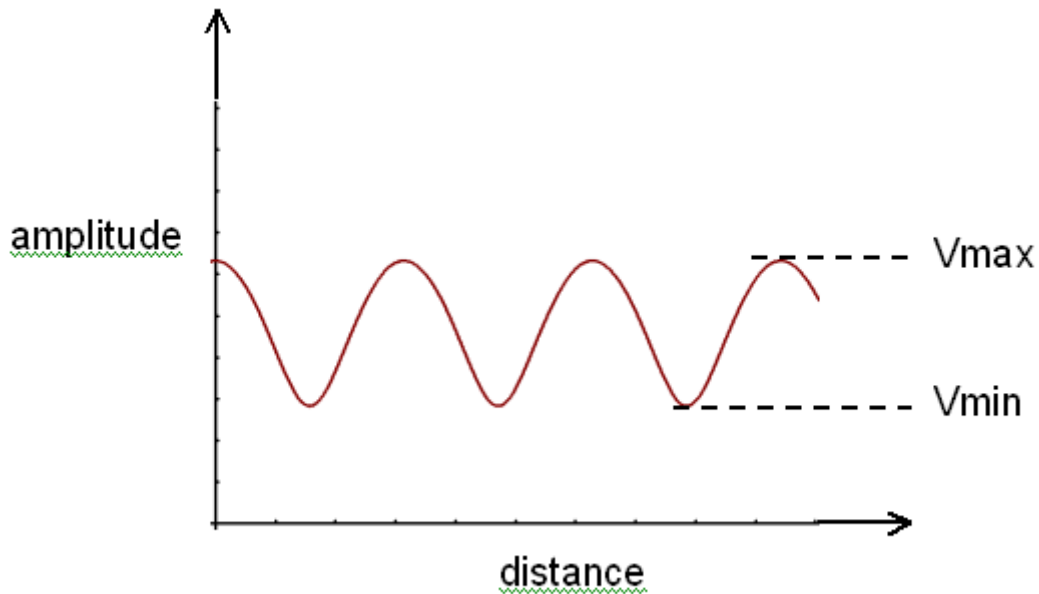
$$V_B = \frac{e \cdot a + jb}{a + jb + R_B} \quad (21)$$

$$\rightarrow \text{grootte bepalen} = e \cdot \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{(a + R_B)^2 + b^2}} \quad (22)$$

$$|Z_{in}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (23)$$

## 2.1 VSWR

VSWR = Voltage Standing Wave Ratio



$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2 \quad (24)$$

$$|1 + K(x)| = v(x) \quad (25)$$

$$\rightarrow K(x) = \|K\| e^{j[\phi - 2k(L-x)]} \quad (26)$$

$$V_{max} = 1 + \|K\| \quad (27)$$

$$V_{min} = 1 - \|K\| \quad (28)$$

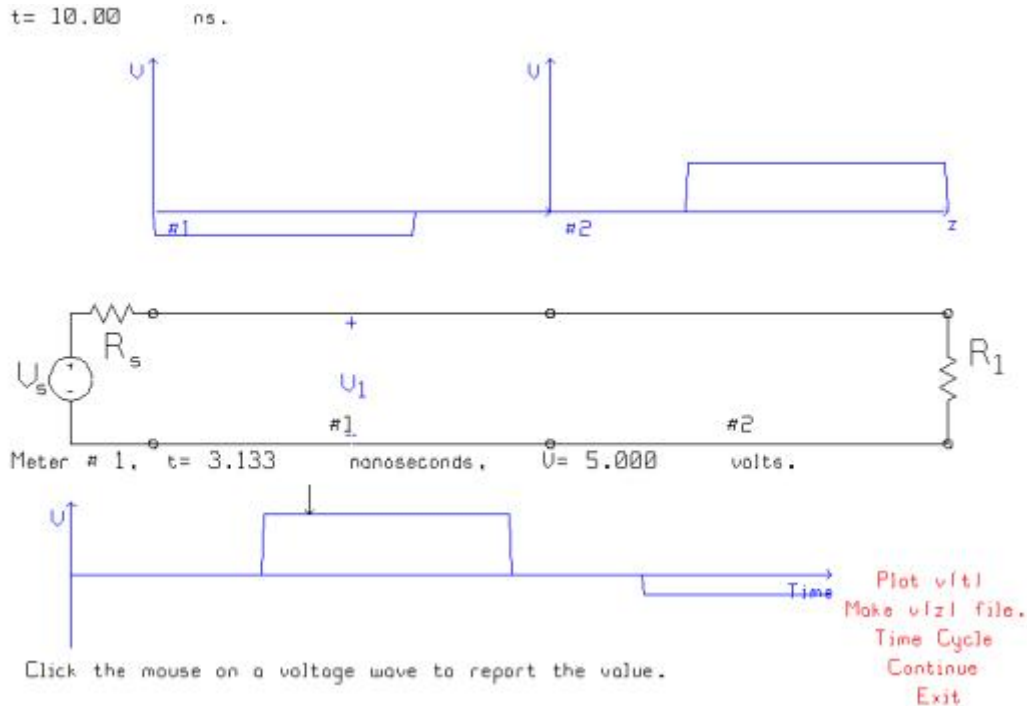
$$VSWR = \frac{1 + \|K\|}{1 - \|K\|} \quad (29)$$





### 3 Samengestelde Systemen

#### 3.1 Cascade van 2 TL



$$V_{E1} = V_{B2} \quad (30)$$

$$Z_{in2} = Z_{C2} \frac{\frac{Z_L}{Z_{C2}} + jtg(kL_2)}{1 + j\left(\frac{Z_L}{Z_{C2}}\right) \cdot tg(L_1)} \quad (31)$$

$$K_1 = \frac{Z_{in2} - Z_{C1}}{Z_{in2} + Z_{C1}} \quad (32)$$

$$K_1(x) = K_1 \cdot e^{-2jk(L_1-x)} \quad (33)$$

$$1 + K_1(x) = 1 + K_1 e^{-2jk(L_1-x)} \quad (34)$$

$$V_{B1} = \frac{e \cdot Z_{in1}}{R_B + Z_{in1}} = \text{Complexe spanningsdeler}$$

$$|V_{B1}| = e \cdot \left| \frac{Z_{in1}}{R_B + Z_{in1}} \right| \quad (35)$$

We zoeken  $V_{E1}$  om zo naar  $L_2$  te gaan

$$v(x) = B|1 + K_1(x)| \quad (36)$$

$$v(0) = V_{B1} = B|1 + K_1(0)| \quad (37)$$

$$V_{B1} = B|1 + K_1 \cdot e^{-2jk(L_1-0)}| \quad (38)$$

$$B = \frac{V_{B1}}{|1 + K_1 \cdot e^{-2jk(L_1-0)}|} \quad (39)$$

$$V_{E1} = B \cdot |1 + K_1(L_1)| \quad (40)$$

$$B|1 + K_1 \cdot \underbrace{e^{-2jk(L_1-L_1)}}_{=1} \quad (41)$$

$$= B \cdot |1 + K_1| \quad (42)$$

Neem TL2

$$K_2 = \frac{Z_L - Z_C^2}{Z_L + Z_C^2} \quad (43)$$

$$K_2(x) = K_2 \cdot e^{-2jk(L_2-x)} \quad (44)$$

$$B_2|1 + K_2(x)| = v_2(x) \quad (45)$$

$$B_2 = |1 + K_0| = V_{B2} \quad (46)$$

plaats 0 ; bekend =  $V_{E1}$

$$B_2 = \frac{V_{B2}}{|1 + K_2(0)|} \quad (47)$$

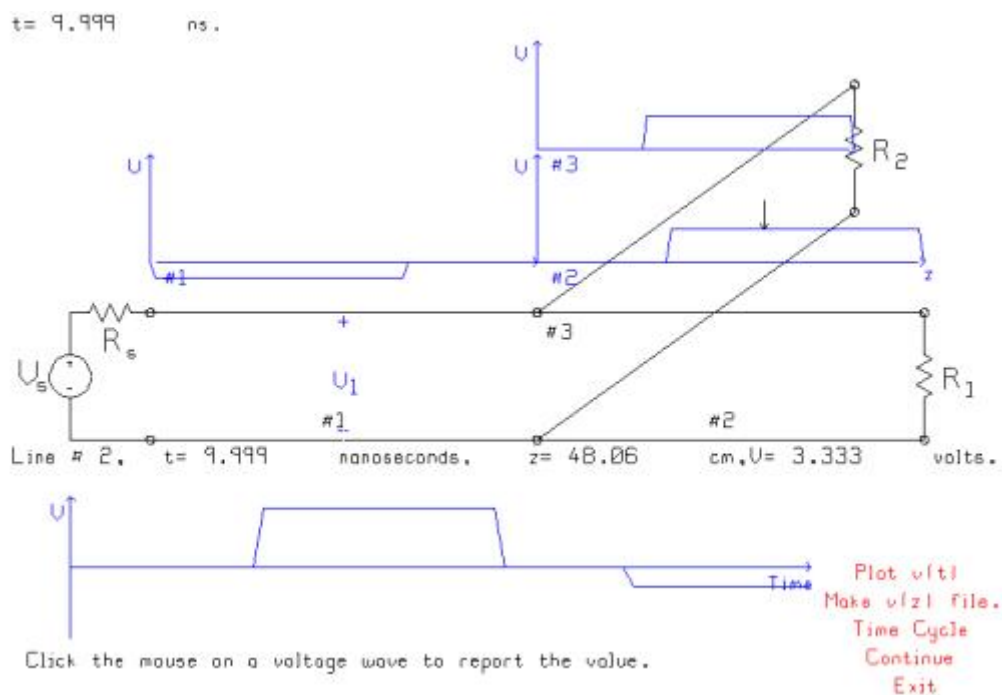
$$v_2(x) = B_2|1 + K_2(x)| \quad (48)$$

Waar maximum en hoeveel?

Waar minimum en hoeveel?

**Examenvraag :** Spanningsverloop langs een Transmissielijn (50% kans)

### 3.2 Parallelschakeling van 2 TL



Impedantie van achter naar voor.

$$Z_{in2} = Z_{C2} \cdot \frac{\frac{Z_{L2}}{Z_{C2}} + jtg(kL_2)}{1 + j(\frac{Z_{L2}}{Z_{C2}})tg(kL_2)} \quad (49)$$

$$= a + jb \quad (50)$$

$$Z_{in3} = Z_{C3} \cdot \frac{\frac{Z_{L3}}{Z_{C3}} + jtg(kL_3)}{1 + j(\frac{Z_{L3}}{Z_{C3}})tg(kL_3)} \quad (51)$$

$$= c + jd \quad (52)$$

$$Z_{L1} = Z_{in1} // Z_{in2} \quad (53)$$

$$Z_{L1} = \frac{(a + jb)(c + jd)}{a + jb + c + jd} = (a + jb)(c + jd) \quad (54)$$

$$= u + jv \quad (55)$$

$$K_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{Z_{L1} + Z_{C1}} \quad (56)$$

$$K_1(x) = K_1 \cdot e^{-2jk(L_1-x)} \quad (57)$$

$$B|1 + K_1(x)| = v(x) \quad (58)$$

$$V_{B1} = \frac{e \cdot Z_{in1}}{R_B + Z_{in1}} \quad (59)$$

$$|V_{B1}| = e \cdot \left| \frac{Z_{in1}}{R_B + Z_{in1}} \right| \quad (60)$$

$$v(x) = B|1 + K_1(x)| \quad (61)$$

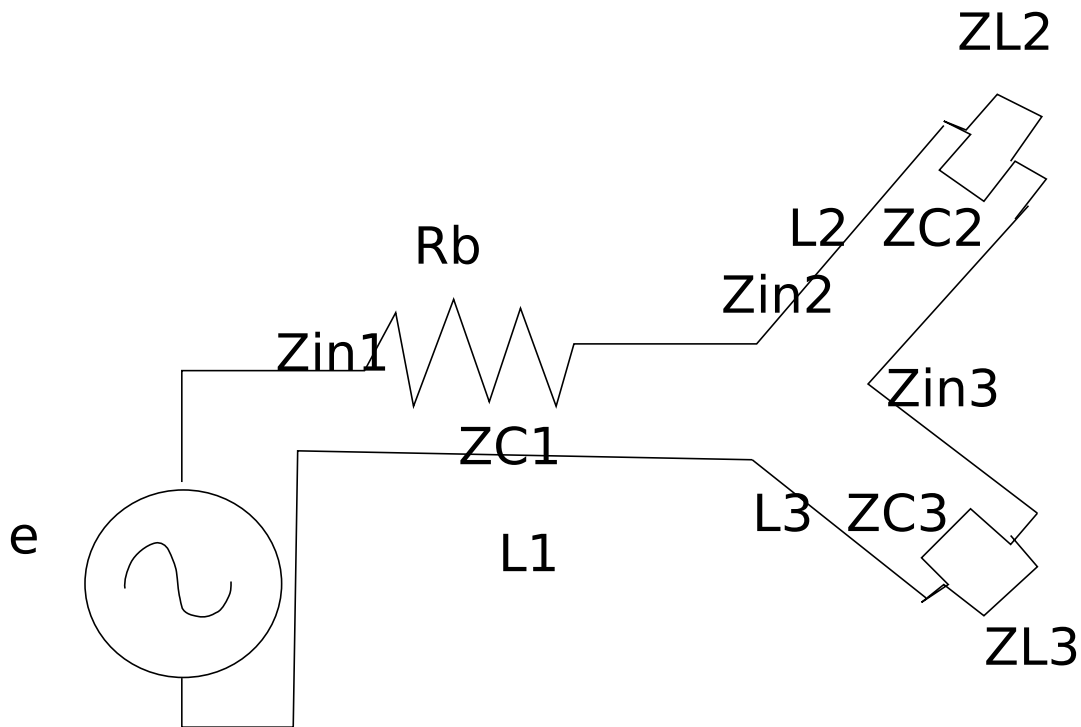
$$B = \frac{v(0)}{1 + K(0)} = V_{B1} \quad (62)$$

Per halve golflengte geldt :  $Z(x) = Z_c$

$$V_{E1} = B|1 + K_1(L)| \quad (63)$$

$$= B|1 + K_1 \cdot e^{-2jk(L_1-L_1)}| = B|1 + K_1| \quad (64)$$

### 3.3 Serieschakeling van een TL



**Bereken**  $Z_{in2}$  = Zie vorige oefening  
 $Z_{in3}$  = Zie vorige oefening

**Eindbelasting lijn1** =  $Z_{in2}$  in serie met  $Z_{in3}$

$$\frac{V_{E1} \cdot Z_{in3}}{Z_{in2} + Z_{in3}} = V_{B3} \quad (65)$$

→ Spanningsdeler

$$\frac{V_{E1} \cdot Z_{in2}}{Z_{in2} + Z_{in3}} = V_{B2} \quad (66)$$

**RF oscillator** Gegevens :

- $f = 100\text{MHz}$
- $1\text{V} = 120\text{dB}\mu\text{V}$
- $e = 2\text{V}$
- $Z_L = 50\Omega$

- $Z_C = 50\Omega$
- Dubbele EMK = +6dB

### Vermogen

$$P(x) = \frac{1}{2} \underbrace{[Re[v(x) \cdot i(x)*]}_{\text{Piekwaarden}} \quad (67)$$

$$\frac{1}{2} \text{Komt van het verschil tussen de piekwaarden en de effectieve waarden} = \frac{1}{(\sqrt{2})^2} \quad (68)$$

$$\frac{1}{Z_C} \cdot \frac{1}{2} Re[(A \cdot e^{jkx} + Be^{-jkx})(-Ae^{jkx} + Be^{-jkx})*]P = \frac{1}{2Z_C} [\| B^2 \| \cdot \| A^2 \|] \quad (69)$$

$$P_f = \frac{1}{2Z_C} \| B^2 \| \quad (70)$$

$$P_r = \frac{1}{2Z_C} \| A^2 \| \quad (71)$$

f = forward, r = reflected

$$\frac{\| A^2 \|}{\| B^2 \|} = \| K^2 \| \quad (72)$$

$$P = \frac{1}{Z_C} \cdot \| B^2 \| (1 - \| K^2 \|) \quad (73)$$

Des te minder reflectie, des te kleiner  $\| K \|$  is, en dus hoe meer vermogen gedissipeerd wordt.

$$P = Re[u \cdot i*] \quad (74)$$

$$= Re[u \cdot (\frac{u}{Z})*] \quad (75)$$

$$= Re[\frac{u \cdot u*}{Z*}] \quad (76)$$

$$= Re[\frac{|u^2|}{Z*}] \quad (77)$$

$$P = |u^2| \cdot Re[\frac{1}{Z*}] \quad (78)$$

$$= |u^2| \cdot [\frac{1}{r + jx}]* \quad (79)$$

$$= |u^2| \cdot [\frac{r - jx}{r^2 + x^2}] \quad (80)$$

$$= \frac{|u^2|}{r^2 + x^2} \cdot R \quad (81)$$

$$= |I^2| \cdot R \quad (82)$$

### 3.4 Meetmethodes

**Karakteristieke impedantie** Spectrum analyzer + Voorzetmodule

**Impulsgenerator + oscilloscoop** We sturen een **puls** door de transmissielijn en dan **meten** we wat er terugkomt. Zo kunnen we kabelfouten opsporen. Voorbeeld : Een kabelfout bij den Belgacom, dan gaan ze via een echometer een puls over de lijn sturen, aan de hand van hoe lang het duurt vooraleer de puls terug is kan men vrij nauwkeurig bepalen waar de fout zit, en dus waar ge moet schuppen.

**Netwerk analyzer** Als impedantiemeter geschakeld.

$$Z'_{in} = \frac{1+Z'_L+jtg(kL)}{1+Z'_L-tg(kL)}$$

$$Z'_{in\ open} \rightarrow Z'_L = \infty \quad (83)$$

$$Z'_{in\ KSL} \rightarrow Z'_L = 0 \quad (84)$$

$$Z'_{in\ open} = \frac{1}{jtg(kL)} \quad (85)$$

$$\rightarrow Z_{in\ open} = \frac{Z_C}{jtg(kL)} \quad (86)$$

$$Z_{in\ KSL} = jtg(kL) \quad (87)$$

$$\rightarrow Z_{in\ KSL} = jZ_C tg(kL) \quad (88)$$

$$Z_C^2 = Z_{in\ open} \cdot Z_{in\ KSL} \quad (89)$$

$$Z_C = \sqrt{Z_{in\ open} \cdot Z_{in\ KSL}} \quad (90)$$

### 3.5 Waarde van $\epsilon_r$

$$Z_C = v \cdot \Delta t$$

Opmeten met een "meter".

$\Delta t$  opmeten met een scoop

$$v = \text{bekend} = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = \frac{C_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \rightarrow \epsilon_r = \text{bekend.}$$

$Z_T$  : Transfertimpedantie

Vb: een kabel van uit het labo :

$$Z_T = \frac{V_o}{I_{ST} \cdot L} \quad (91)$$

$$\frac{Z_{in\ open}}{Z_{in\ KSL}} = \frac{Z_C}{jtg(kL) \cdot jZ_Ctg(kL)} \quad (92)$$

$$= \frac{-1}{tg^2(kL)} \quad (93)$$

$$tg(kL) = \sqrt{\frac{-Z_{in\ KSL}}{Z_{in\ open}}} \quad (94)$$

$$kL = bgtg\left(\sqrt{\frac{-Z_{in\ KSL}}{Z_{in\ open}}}\right) \quad (95)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} \quad (96)$$

$$\rightarrow \frac{2\pi fL}{v} \quad (97)$$

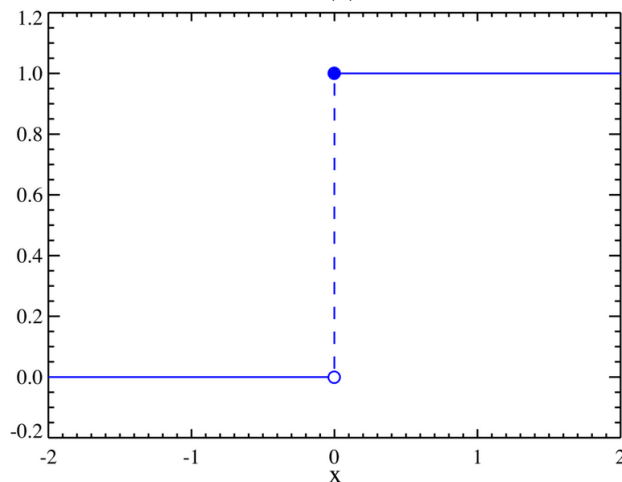
$$= Bgtg\sqrt{\frac{-Z_{in\ KSL}}{Z_{in\ open}}} \quad (98)$$

$$v = 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \quad (99)$$

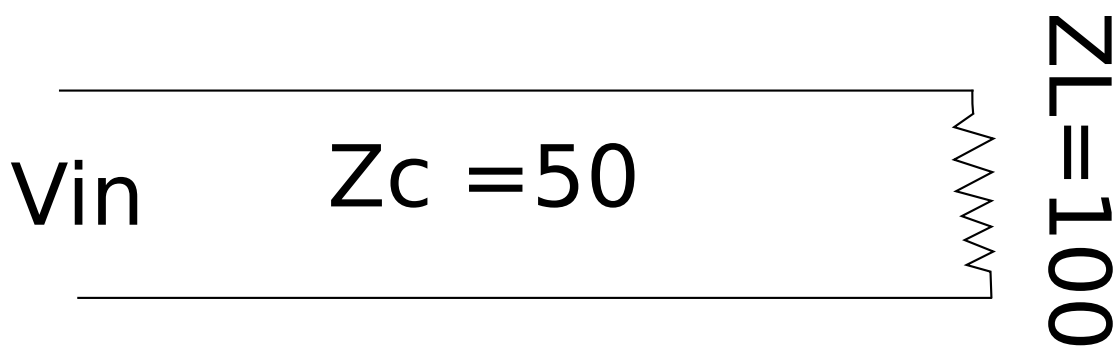
= ook mogelijkheid om  
 $\epsilon_r \leftrightarrow$  vormingsfactor.

### 3.6 Impulsgedrag van kabels

Bijvoorbeeld een stap  $u(t)$



Op de transmissielijn :



$$Z_{in}(regime) = Z_C \frac{Z'_L + jtg(kL)}{1 + jZ'_L tg(kL)} \quad (100)$$

$$V_b(beginspanning) = \frac{e \cdot Z_{in}}{Z_{in} + R_B} \quad (101)$$

$$I_B = \frac{e}{R_B + Z_{in}} \quad (102)$$

→ De vorige 2 formules gelden bij sinusregime

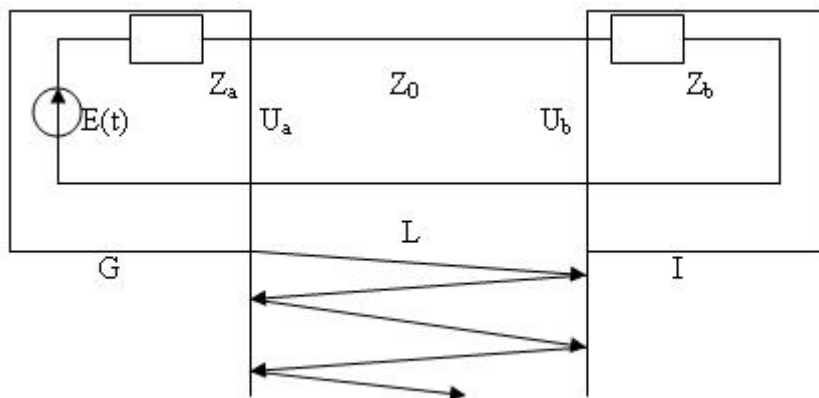
$$I_B = \frac{e}{R_B + Z_{in}} \quad (103)$$

impulsgedrag → overgangsversijnselen.

$$V_B = \frac{e}{R_B + Z_C} \quad (104)$$

$K'_v$  = reflectiecoëfficiënt gezien door de bron

$K'_i$  = reflectiecoëfficiënt gezien door de bron



Voortplantingssnelheid →  $C_o \cdot \epsilon_R$

$$\rightarrow v = \frac{C_o}{\sqrt{\epsilon_R}}$$

met :  $C_o$  = lichtsnelheid.

$\epsilon_R$  = constante

→ Constante snelheid.

Bijvoorbeeld met een led : de golflengte  $\lambda$  ligt tussen de 780nm en 820nm.

Dit zet een rem op de maximale snelheid.

→ overlapping aan de uitgang door verschillende  $\lambda$ 's  $Z_C = cte$  → niet volledig waar.



$$\sqrt{\frac{r+j\omega l}{y+j\omega c}}$$

### 3.7 Impuls bij transmissielijnen belast op reactieve belastingen

$$Z_L = \text{inductief}$$

$$v(x) = \underbrace{A \cdot e^{jkx}}_{\text{gereflecteerd}} + \underbrace{B \cdot e^{-jkx}}_{\text{invallend}} \quad (105)$$

$$i(x) = \frac{1}{Z_C} \left( \underbrace{-A \cdot e^{jkx}}_{g=\text{gereflecteerd}} + \underbrace{B \cdot e^{jkx}}_{f=\text{invallend}} \right) \quad (106)$$

De vorige 2 vergelijkingen kloppen altijd

↓ f en g vervangen

$$v = f + g \quad (107)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(fg) \quad (108)$$

3<sup>e</sup> vergelijking → actuele belastingsweerstand aangeeft :  
= f(wat er op de belasting staat)

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (109)$$

$$\rightarrow \frac{L}{Z_C} \left( \frac{df}{dt} - \frac{dg}{dt} \right) \quad (110)$$

$$g + \frac{L}{Z_C} \cdot \frac{dg}{dt} = f + \frac{L}{Z_C} \cdot \frac{df}{dt} \quad (111)$$

f= invallend signaal van de bron =**u(t)** op t=0 op de belasting aankomen.

$$\underbrace{g + \tau \cdot \frac{dg}{dt}}_{\text{homogeen}} = \underbrace{-f + \tau \cdot \frac{df}{dt}}_{\text{particulier}} \quad (112)$$

**Oplossen van de differentiaalvergelijking** Zie cursus Gorik

Oplossing :  $g(t) = g_h(t) + g_p(t)$

links "0" stellen

## Homogeen deel

$$g + \frac{h}{Z_C} \cdot \frac{dg}{dt} = 0 \quad (113)$$

$$g + \frac{L}{Z_C} Dg = 0 \quad (114)$$

$$\rightarrow D = \frac{Z_C}{L} \quad (115)$$

$$y_h(t) = C \cdot e^{\frac{-Z_C t}{L}} \cdot u(t) \quad (116)$$

**Particulier deel :** geraamte van het 2<sup>e</sup> lig van de differentiaal vergelijking ( $f \cdot \frac{df}{dt}$ )

$$y_p(t) = \underbrace{A \cdot u(t)}_f + \underbrace{B \cdot \delta(t)}_{\frac{df}{dt}} \quad (117)$$

$$y(t) = C \cdot e^{\frac{-Z_C t}{L}} \cdot u(t) + A \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) \quad (118)$$

Coëfficiënten zoeken (A,B,C) → oplossing

$$\begin{aligned} -u(t) + \frac{L}{Z_C} \delta(t) &= C \cdot e^{\frac{-Z_C t}{L}} \cdot u(t) + A \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) \\ + \frac{L}{Z_C} \left[ \frac{-Z_C}{L} C \cdot e^{\frac{-Z_C t}{L}} \cdot u(t) + C \cdot e^{\frac{Z_C t}{L}} \cdot \delta(t) + A \cdot \delta(t) + B \frac{\partial \delta(t)}{\partial t} \right] & \quad (119) \end{aligned}$$

Oplossingen :

- $\frac{\partial \delta(t)}{\partial t} \rightarrow B = 0$
- $u(t) \rightarrow -1 = A$
- $\delta(t) \rightarrow \frac{L}{Z_C} = \frac{L}{Z_C} \cdot C e^{\text{frac}-Z_C t L} + \frac{L}{Z_C} A \rightarrow C = +2$

### 3.8 Impulsgedrag lang TL

We beginnen vertrouwd :

$$v = f + g \quad (120)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(f \cdot g) \quad (121)$$

$$v = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (122)$$

= differentiaalvergelijking

$$f + g = \frac{L}{Z_C} \left( \frac{df}{dt} - \frac{dg}{dt} \right) \quad (123)$$

Scheiden van de variabelen

$$\underbrace{g + \frac{f}{Z_C} \cdot \frac{dg}{dt}}_{\text{homogeen-deel}} = \underbrace{-f \frac{L}{Z_C} \cdot \frac{df}{dt}}_{\text{particulier-deel}} \quad (124)$$

$$g(t) = C e^{\frac{-t}{\tau}} \cdot u(t) + A \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) \quad (125)$$

- $\frac{\partial \delta(t)}{\partial t} \rightarrow B = 0$
- $u(t) \rightarrow -1 = A$
- $\delta(t) \rightarrow \frac{L}{Z_C} = \frac{L}{Z_C} \cdot C e^{\text{frac}-Z_C t L} + \frac{L}{Z_C} A \rightarrow C = +2$

$$g(t) = 2e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) - u(t) \quad (126)$$

$$g(t) = (2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} - 1)u(t) \quad (127)$$

gezochte reflectie

Spanning/stroom op/over de belasting

$$v = u(t) + 2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) - u(t) \quad (128)$$

$$v = 2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) \quad (129)$$

$$i = \frac{1}{Z_C} u(t) - 2 \frac{1}{Z_C} e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) + u(t) \quad (130)$$

$$i = \frac{2}{Z_C} \cdot u(t) [1 - e^{\frac{-t}{\tau}}] \quad (131)$$

Controle :

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t v \cdot dt \quad (132)$$

voor  $t = 0, i = 0, L = \infty$

$\rightarrow$  impedantie

$$\text{en } \omega(0) = \infty \quad (133)$$

$$j\omega l = \infty \quad (134)$$

$$\omega(\infty) = 0 \quad (135)$$

$$j\omega l = 0L = 0 \quad (136)$$

Eerste moment :

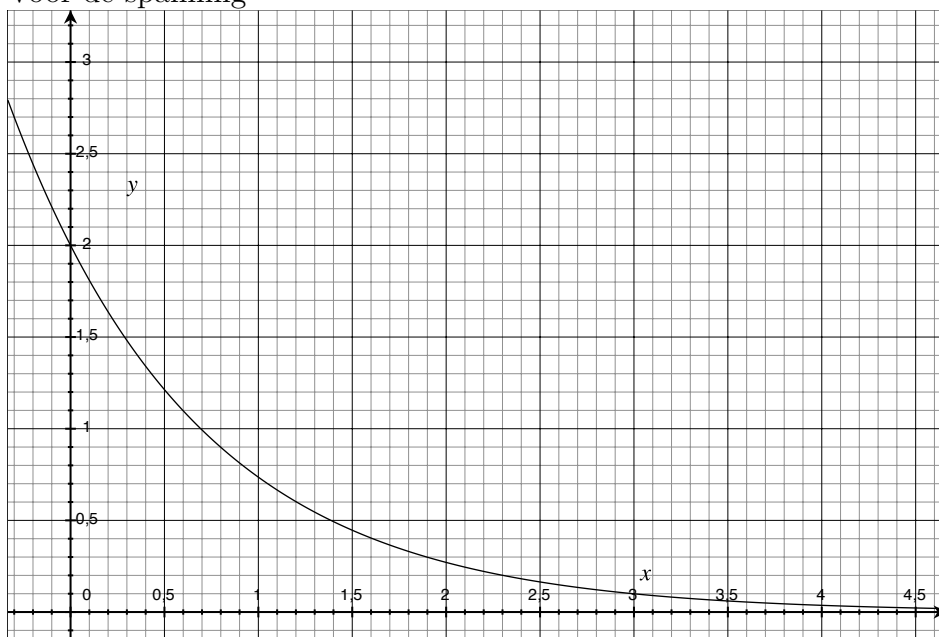
$$Z_L = \infty \rightarrow K = 1 \quad (137)$$

Lange tijd :

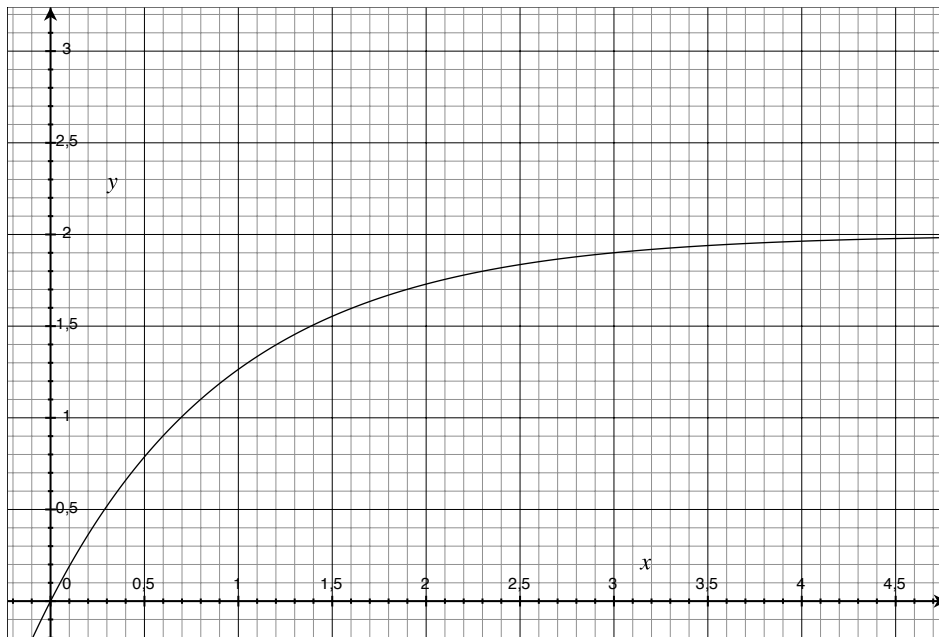
$$Z_L = 0 \rightarrow K = -1 \quad (138)$$

We krijgen dan de volgende grafieken :

Voor de spanning



Voor de stroom



### 3.9 Alternatief voor differentiaalvergelijkingen : Laplace

Stel  $Z_C$  is complex

$$\frac{V}{I} = s \cdot \mathbb{L} \quad (139)$$

$$v = s \cdot \mathbb{L} \cdot i \quad (140)$$

$$f + g = \frac{d\mathbb{L}}{dt} \frac{1}{Z_C} (f - g) \quad (141)$$

oplossen via laplace  $\frac{d}{dt} = s$

$$f + g = s\tau(f - g) \quad (142)$$

$$g + s\tau g = s\tau f - f \quad (143)$$

$$f = \frac{1}{s} \quad (144)$$

$$g + s\tau g = (s\tau - 1) \frac{1}{s} \quad (145)$$

$$g(1 + s\tau) = (s\tau - 1) \frac{1}{s} \quad (146)$$

$$g = \frac{2}{s + \frac{1}{\tau}} - \frac{1}{s} \quad (147)$$

$$g(t) = 2e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) - u(t) \quad (148)$$

**Parallelcapaciteit** We beginnen weer vertrouwd.

$$v = f + g \quad (149)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(f - g) \quad (150)$$

$$v = \frac{1}{c} \int i dt \quad (151)$$

↓ in differentiaalvorm

$$i = c \cdot \frac{dv}{dt} \quad (152)$$

$$\frac{1}{Z_C}(f - g) = c \cdot \left( \frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt} \right) \quad (153)$$

$$f - g = Z_C \cdot c \cdot \left( \frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt} \right) \quad (154)$$

$$g + Z_C \cdot c \cdot \frac{dg}{dt} = -Z_C \cdot c \cdot \frac{df}{dt} + f \quad (155)$$

Herwerken :

$$g + Z_g = f - \tau \frac{df}{dt} \quad (156)$$

$$d(t) = c \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) + A \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) \quad (157)$$

Oplossingen invullen in de differentiaalvergelijking :

$$c \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + A \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) + \tau [c \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \delta(t) - \frac{1}{\tau} c \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + A \delta(t) + B \frac{\partial \delta(t)}{\partial t}] = u(t) - \tau \delta(t) \quad (158)$$

Als we dit uitwerken krijgen we :

- A = 1 (u(t))
- B = 0
- C = -2 (δ (t))

$$g(t) = -2e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) + u(t) \quad (159)$$

$$v = v(t) - 2e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) + u(t) (= f + g) \quad (160)$$

$$v = 2u(t)(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (161)$$

$$i = \frac{1}{Z_C} [u(t) + 2e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) - u(t)] \quad (162)$$

$$i = \frac{1}{Z_C} (2e^{\frac{-t}{\tau}} u(t)) \quad (163)$$

**Eerste moment**

$$v = \frac{1}{c} \int_0^t v dt \quad (164)$$

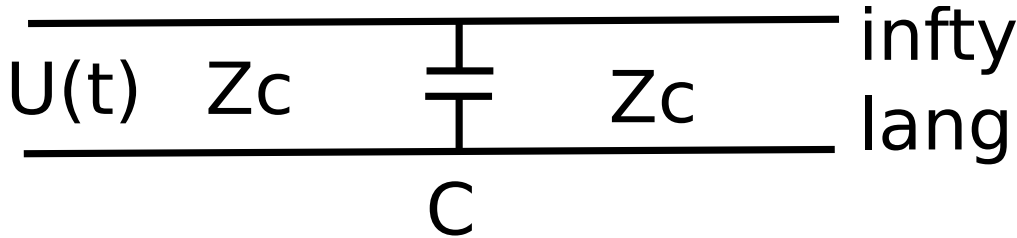
als kortsluiting  $\rightarrow$  stroomverdubbeling

K=-1

als open keten  $\rightarrow$  spanningsverdubbeling

K=1

### 3.10 Cascade van 2TL met daartussen een discontinuïteit als shuncapaciteit



$$v = f + g \quad (165)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(f - g) \quad (166)$$

$$i = \frac{c \cdot dv}{dt} + \frac{v}{Z_C} \quad (167)$$

$$\frac{1}{Z_C}(f - g) \cdot c \cdot \left(\frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt}\right) + \frac{f + g}{Z_C} \quad (168)$$

Links en recht \*  $Z_C$

$$f - g = Z_C \cdot c \cdot \left(\frac{df}{dt} + \frac{dg}{dt}\right) + f + g \quad (169)$$

$$Z_C g + Z_C c \frac{dg}{dt} = -Z_C \cdot c \cdot \frac{df}{dt} \quad (170)$$

$$g + \frac{Z_C \cdot c}{2} \cdot \frac{dg}{dt} = \frac{-Z_C \cdot c}{2} \frac{df}{dt} \quad (171)$$

$$g + \tau \frac{dg}{dt} = -\tau \frac{df}{dt} \quad (172)$$

capaciteit ziet weerstand

$$\tau = \frac{Z_C \cdot c}{2} \quad (173)$$

$$\underbrace{g + \tau \frac{dg}{dt}}_{\text{homogeen-deel}} = \underbrace{-\tau \frac{df}{dt}}_{\text{particulier-deel}} \quad (174)$$

$$g(t) = \underbrace{c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot u(t)}_{\text{homogeen-deel}} + \underbrace{B \cdot \delta(t)}_{\text{particulier-deel}} \quad (175)$$

invullen in de differentiaal vergelijking  $\rightarrow$  coëfficiënten

$$c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) + B \delta(t) + \tau \left[ \frac{-1}{\tau} c e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) + c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \delta(t) + B \cdot \frac{\partial \delta(t)}{dt} \right] = -\tau \delta(t) \quad (176)$$

- $B = 0$
- $C = -1$



$$g(t) = -e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) \quad (177)$$

$$z = \frac{u}{i} \quad (178)$$

$$= \frac{Z_C}{Z \cdot cs + 1} \quad (179)$$

$$\rightarrow IZ_C = v(Z_C \cdot c \cdot s + 1) \quad (180)$$

Naar 't schijnt een truukje voor als je vastzit

$$v = f + g \quad (181)$$

$$= u(t) - e^{\frac{-t}{\tau}} u(t) \quad (182)$$

$$v = u(t) \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (183)$$

$$i = \frac{1}{Z_C} (f - g) \quad (184)$$

$$i = \frac{1}{Z_C} (u(t) + e^{\frac{-t}{\tau}} u(t)) \quad (185)$$

$$i = \frac{u(t)}{Z_C} \cdot (1 + e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (186)$$

$t = 0 \rightarrow$  Kortsluiting  $\rightarrow K = -1$

$t = \infty \rightarrow Z_C \rightarrow K = 0$

**Spanning en stroom op het 2<sup>e</sup> lijnstuk** Hier staan nog tekeningen bij, maar ze zien er allemaal hetzelfde uit, alleen gaan ze niet naar  $2v$  maar naar andere waarden, zie uw-eigen notities.

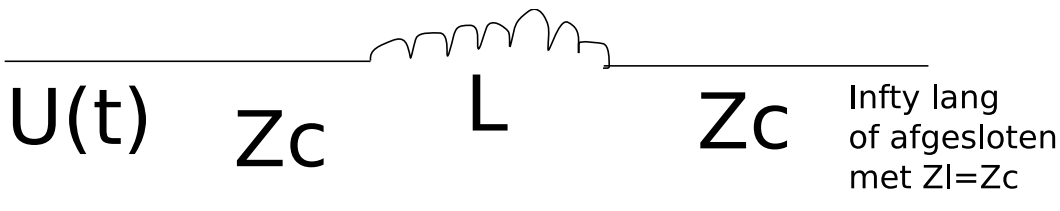
$$v_2 = v(t)(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (187)$$

$$i_2 = \frac{u(t) \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})}{Z_C} \quad (188)$$

als we kijken naar een oscilloscoop naar de spanning

$$u(t) \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (189)$$

## 3.11 Andere vorm van discontinuïteit, serieinductantie



$$v = f + g \quad (190)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(f - g) \quad (191)$$

$$v = \frac{L \cdot di}{dt} + i \cdot Z_C \quad (192)$$

$$f + g = \frac{L}{Z_C} \left( \frac{df}{dt} - \frac{dg}{dt} \right) + \frac{1}{Z_C}(f - g) \cdot Z_C \quad (193)$$

$$g = \frac{L}{Z_C} \left( \frac{df}{dt} - \frac{dg}{dt} \right) - g \quad (194)$$

$$Z_C \cdot g = \frac{L}{2Z_C} \left( \frac{df}{dt} - \frac{dg}{dt} \right) \quad (195)$$

$$g + \frac{L}{2Z_C} \cdot \frac{dg}{dt} = \frac{L}{2Z_C} \cdot \frac{df}{dt} \quad (196)$$

$$\tau = \frac{L}{2Z_C} \quad (197)$$

L ziet  $2 \cdot Z_C$

$$\underbrace{g + \frac{\tau \cdot dg}{dt}}_{\text{homogeen-deel}} = \underbrace{\frac{\tau \cdot df}{dt}}_{\text{particulier-deel}} \quad (198)$$

$$g(t) = c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot u(t) + B \cdot \delta(t) \quad (199)$$

↓ invullen in de vergelijking

$$c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) + B \delta(t) + \tau [c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \delta(t) - \frac{c}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) + B \cdot \frac{\partial \delta(t)}{\partial t}] = \tau \delta(t) \quad (200)$$

Gelijkstellen coëfficiënten links en rechts.

- $B=0$
- $C = +1$

$$g(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) \quad (201)$$

$$v = f + g \quad (202)$$

$$= u(t) + e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot u(t) \quad (203)$$

$$v = u(t)(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (204)$$

→ oplossing voor de spanning

$$i = \frac{1}{Z_C}(f - g)i = \frac{1}{Z_C}(u(t) - e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)) \quad (205)$$

$$i = \frac{u(t)}{Z_C}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (206)$$

2<sup>e</sup> lijn

$$V_{l2} = i \cdot Z_C \quad (207)$$

$$V_{l2} = \frac{u(t)}{Z_C}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot Z_C \quad (208)$$

$$V_{l2} = u(t)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (209)$$

$$i_{l2} = \frac{V_{l2}}{Z_C} = \frac{u(t)}{Z_C}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (210)$$

Eigenlijk maakt die de signalen trager, slew rate.

Zo een differentiaalvergelijking oplossen is een mogelijke **examenvraag**, met dan een 1<sup>e</sup> orde differentiaalvergelijking.

→ ook mogelijk via Laplace.

$$Z_c = L + Z_C$$

$$s = j\omega + \sigma \quad (211)$$

$$v = Z_C \cdot I + sLI \quad (212)$$

↓ Omzetten naar het t-domein

$$v = Z_C \cdot i + L \frac{di}{dt} \quad (213)$$

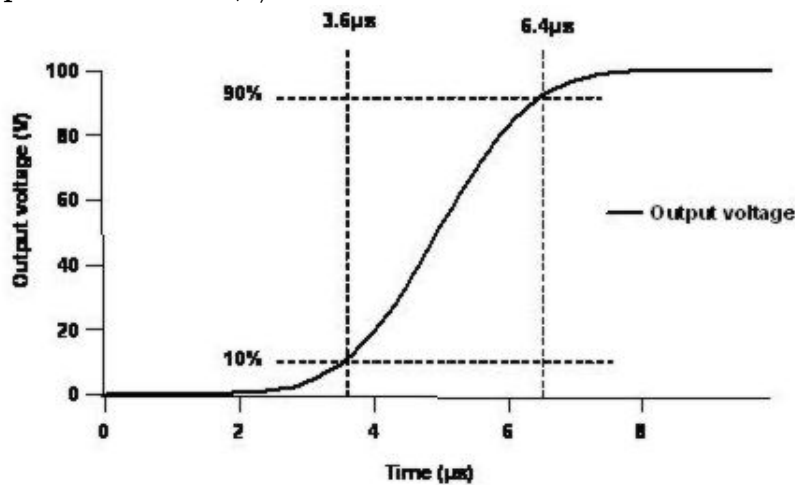
$$v = f + g \quad (214)$$

$$i = \frac{1}{Z_C}(f - g) \quad (215)$$

$$g + \frac{s \cdot L}{2 \cdot Z_C} \quad (216)$$

$$= \frac{f \cdot \Delta L}{2 \cdot Z_C} \quad (217)$$

Stapfunctie met  $t_r \neq 0$



**Figure 2.** The slew rate is the voltage step divided by time required to change the output from 10% to 90% amplitude. In this example the slew rate is  $80\text{V}/2.8\mu\text{s} = 29\text{V}/\mu\text{s}$

$$K = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (218)$$

$$K = \frac{j\omega L + Z_C - Z_C}{j\omega L + Z_C + Z_C} \quad (219)$$

$$K = \frac{j\omega L}{j\omega L + 2Z_C} \quad (220)$$

→ Bij de belasting (einde lijn 1)

Kleine discontinuïteit →  $L = \text{klein}$

$$\rightarrow \omega L \ll Z_C \quad (221)$$

→ omzetten naar het tijdsdomein

$$g = \frac{L}{2Z_C} \cdot \frac{df}{dt} \quad (222)$$

$$g \approx \frac{L}{2Z_C} \cdot \frac{V_m}{t_r} (\text{indicatie}) \quad (223)$$

**Correct** uitrekenen : piecewise continuous functions in het s-domein

**Smith-diagramma** → sinusregime

$$K_L = \frac{Z'_L - 1}{Z'_L + 1} \quad (224)$$

$$K(x) = K_L \cdot e^{2jk(L-x)} \quad (225)$$

$$K_L = \| K_L \| e^{j\Phi} \quad (226)$$

$$K(x) = \| K_L \| e^{j(\Phi - 2jk(L-x))} \quad (227)$$

vergelijking van een cirkel

$$K(x) = K_L \cdot e^{-2jk(L-x)} \quad (228)$$

$$x \text{ laten variëren} \quad (229)$$

$$Z(x)' = \frac{1 + K(x)}{1 - K(x)} \text{ genormeerde impedantie} \quad (230)$$

$$Z(x)' = R' + jx' \quad (231)$$

$$K(x) = u + jv \quad (232)$$

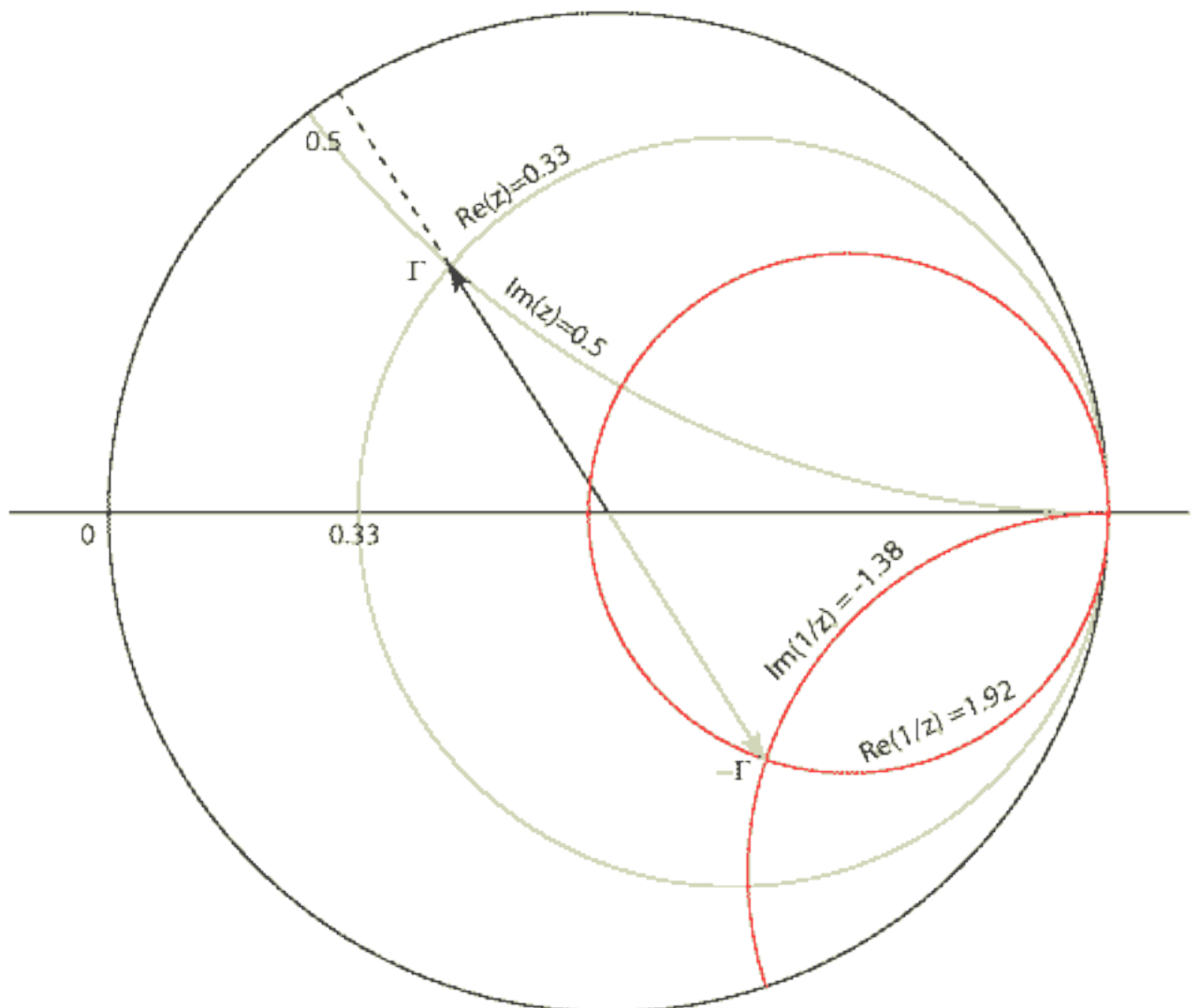
$$R' + jx' = \frac{1 + u + jv}{1 - u - jv} \quad (233)$$

$$\operatorname{Re}\left[\frac{1 + u + jv}{1 - u - jv}\right] = R' \quad (234)$$

$$R' = \text{cte} \rightarrow \text{cirkel met een bepaalde straal en middelpunt} \quad (235)$$

$$\operatorname{Im}\left[\frac{1 + u + jv}{1 - u - jv}\right] = X' \quad (236)$$

Combineren we  $R'$  en  $X'$  dan krijgen we een smith chart.

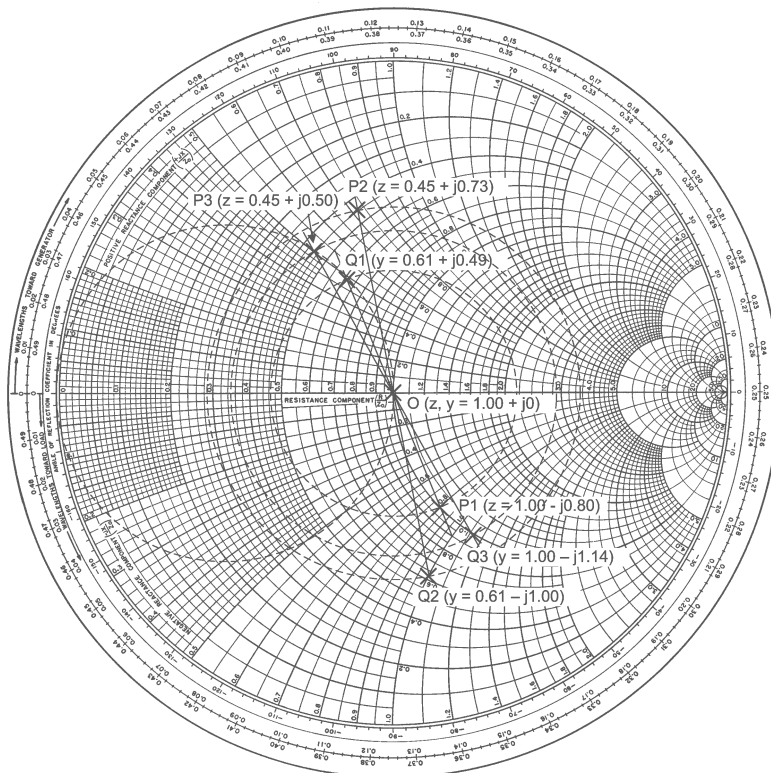


De K-circel ligt rond het middelpunt,  $(1+0j)$  = aanpassing.

Kent men een impedantie van de lijn dan liggen de andere impedanties op de K-circel.

Dus bijvoorbeeld, men kent de impedantie op het einde van de lijn  $Z'_L$  dan kennen we alle impedanties op de lijn.

$\mathbf{K=0}$  wilt zeggen dat het systeem volledig aangepast is.



$$K(x) = K e^{-2jk(L-x)} \quad (237)$$

↓ in het echt

$$K(x) = K e^{-2zx(Lx) - 2jk(L-x)} \quad (238)$$

→ We gaan altijd uit van verliesloze leidingen.

$$\text{Return Loss} = -10 \log \| K_L \|^2$$

Zo kunnen we zeggen dat het teruggekaatste signaal  $x$  dB verzwakt tov het invallen signaal.

Meer voorbeelden vindt je in je notities

### 3.12 Overgang op admittanties in het diagram $\frac{\lambda}{4}$ -transformator

$$Z'_{in} = \frac{1}{Z'_C} = \frac{1}{2} \quad (239)$$

$$Z_{in} = \frac{Z'_C}{Z_L} \quad (240)$$

Als we van **impedantie** naar **admittantie** willen gaan, moeten we een halve toer draaien in het schmith diagramma.

## Aanpassen van systemen

$$Z_1 = R_1 + jx_1 \quad (241)$$

$$Z_2 = R_2 + jx_2 \quad (242)$$

$$P_2 = |I|^2 \cdot R_2 \quad (243)$$

$$= \left| \frac{U}{Z_1 + Z_2} \right|^2 \cdot R_2 \quad (244)$$

$$= \frac{U^2 \cdot R_2}{|R_1 + jx_1 + R_2 + jx_2|^2} \quad (245)$$

$$= \frac{U^2 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2 + (x_1 + x_2)^2} \quad (246)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial x_2} \rightarrow 0 \quad (247)$$

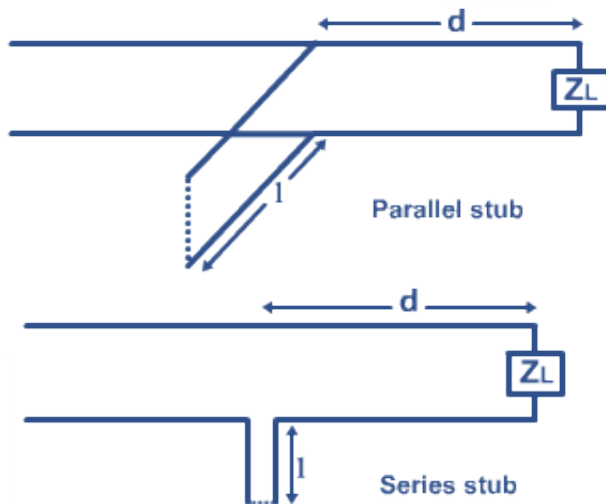
$$\rightarrow \max \rightarrow x_1 = -x_2 \quad (248)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial R_2} \rightarrow 0 \quad (249)$$

$$\rightarrow \max \rightarrow R_1 = R_2 \quad (250)$$

## 3.13 Methode van een stub

= stuk kortgesloten TL





$$Z'_{in} = \frac{z' + jtg(kL)}{1 + jz'tg(kL)} \quad (251)$$

↓ Omvormen naar admitanties

$$Y'_{in} = \frac{1 + jz'tg(kL)}{z' + jtg(kL)} \quad (252)$$

$$Y'_{in} = \frac{Y'_L + jtg(kL)}{1 + jY'_Ltg(kL)} \quad (253)$$

Op de plaats waar de stub gezet wordt, moet het reële deel van de admitantie 1 zijn.  
→ stub op plaats 1 parallel gezet : kan enkel imaginaire waarden wijzigen.

$$Y'(L) = \frac{Y'_L + jtg(kL)}{1 + jY'_Ltg(kL)} \quad (254)$$

$$\left[ \frac{(Y'_L + jtg(kL))(1 - jY'_Ltg(kL))}{1 + Y'^2_Ltg^2(kL)} \right] \quad (255)$$

$$\frac{Y'_L + Y'_Ltg(kL)}{1 + Y'^2_L \cdot tg^2(kL)} = 1 \quad (256)$$

$$tg(kL) = \frac{1}{\sqrt{Y'_L}} \quad (257)$$

$$L = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (258)$$

$$Bgtg \frac{1}{\sqrt{Y'_L}} = 0,152\lambda Im[Y'(L)] = \frac{jtg(kL) - Y'^2_L \cdot jtg(kL)}{1 + Y'^2_L \cdot tg^2(kL)} \quad (259)$$

$$= (j)0,707 \quad (260)$$

Stub met admitantie = tegengesteld (-j0,707).

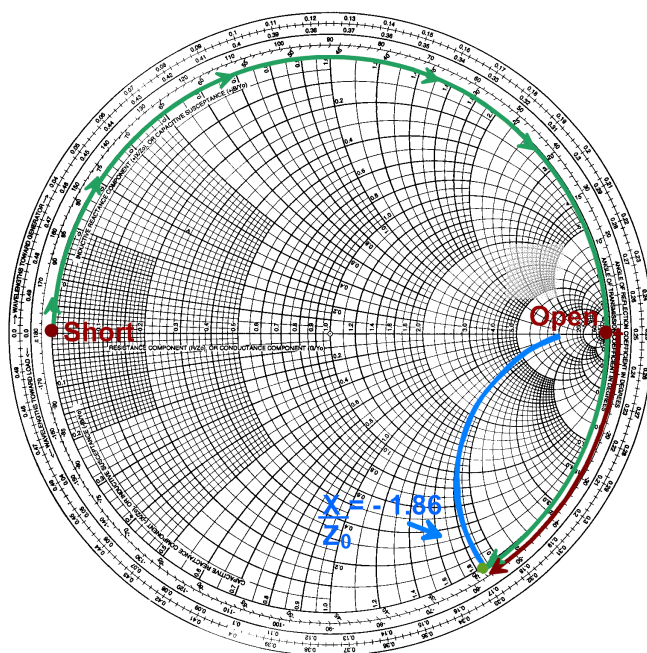
$$Z'_L = 0 \quad (261)$$

$$Y'_{in stub} = \frac{1}{jtg(kL)} = -j0,707 \quad (262)$$

$$l = 0,152\lambda \quad (263)$$

Een goede site om is naar toe te surfen :

[http://bmf.ece.queensu.ca/mediawiki/index.php/Distributed\\_Matching](http://bmf.ece.queensu.ca/mediawiki/index.php/Distributed_Matching)



### Grafisch

2<sup>e</sup> oplossing : punt B op Re 1, X -0,7 ipv A Re 1 ,X +0,7

### 3.14 $\frac{\lambda}{4}$ lijn

Voor een  $\frac{\lambda}{4}$  lijn geldt :

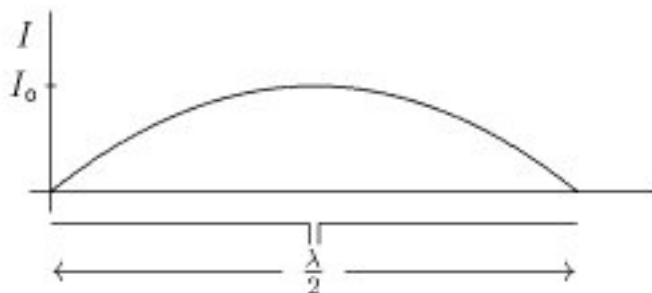
$$Z_{in} = \frac{Z_C^2}{Z_L} \quad (264)$$

$$Z_C = \sqrt{Z_{in} \cdot Z_L} \quad (265)$$

$$= \sqrt{5000} \approx 70\Omega \quad (266)$$

Oplossing :

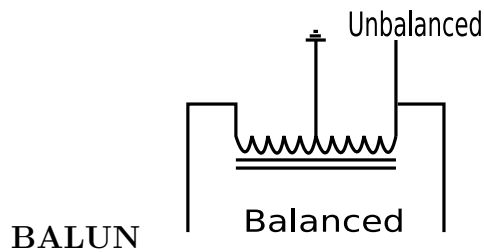
- Een stuk van l lengte ertussen zetten
- De  $\frac{\lambda}{4}$  lijn van  $70\Omega$  nemen



### Dipoolantenne

We zouden graag +1 en -1 V op de dipool hebben.

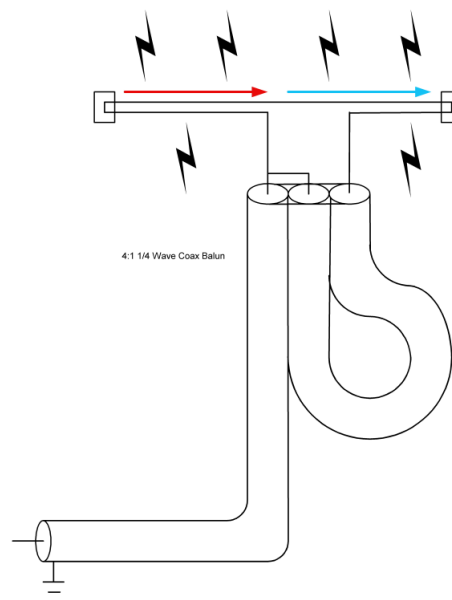
2 oplossingen :



**BALUN**

Geschikt voor Laagfrequente signalen tot 30Mhz (uitzonderlijk 80 Mhz)

### 3.15 Transmissielijnbalun



**Met impedantiebehoud**

Het weglengteverschil is :

$$= \frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} \quad (267)$$

$$= \frac{\lambda}{2} \quad (268)$$

$$\Delta\phi = k \cdot \Delta L \quad (269)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi \quad (270)$$

Hierdoor zijn de 2 signalen in tegenfase.

$\frac{\lambda}{4}$  deel :

$$Z_{inR} = \frac{Z_C^2}{Z_L} \quad (271)$$

$$= \frac{Z_C^2}{\frac{Z_C}{2}} \quad (272)$$

$$= 2Z_C \quad (273)$$

$\frac{3\lambda}{4}$  deel :

Idem als  $\frac{\lambda}{4}$  deel.

In het knooppunt :

$$Z_P = Z_{inL} // Z_{inR} \quad (274)$$

$$= \frac{2Z_C}{2} = Z_C \quad (275)$$

Impedantie is aangepast !

*Voordeel* : Zuivere TL

*Nadeel* : werkt maar voor 1 frequentie

**Impedantietransformatie** Zelfde systeem, maar ipv een verdraaiing over  $\frac{\lambda}{2}$  is het nu  $\frac{n \cdot \lambda}{2}$ .

Dit zal wel duidelijk worden in z'n volgende les.